



RAN - 2003000205020116

RAN-2003000205020116**T.Y.B.Sc.(Sem.-V) Examination November - 2023****Statistics : Paper - 506 Sampling****સૂચના : / Instructions**

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the details of signs on your answer book

Name of the Examination:

T.Y.B.Sc.(Sem.-V)

Name of the Subject :

Statistics : Paper - 506 Sampling

Subject Code No.: 2003000205020116

Seat No.:

Student's Signature

- (2) Answer the following questions.
- (૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરિજયાત છે.
- (3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.
- (૩) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.
- (4) Figures given to the right indicate the marks of the question.
- (૪) જમણીબાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
- (5) Non programmable scientific calculator is allowed.
- (૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

Q-1 Answer the following .**(8)****નીચેના પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.**

- (i) સરળ યદ્યચ્છ નિદર્શન પદ્ધતિ માટે પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે $E(\bar{y}) = \bar{Y}$
In usual notation for simple random sampling prove that $E(\bar{y}) = \bar{Y}$
- (ii) સ્તરિત યદ્યચ્છ નિદર્શન પદ્ધતિ માટે પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે $E(\bar{y}_{st}) = \bar{Y}$
In usual notation for stratified random sampling prove that $E(\bar{y}_{st}) = \bar{Y}$
- (iii) સરળ યદ્યચ્છ નિદર્શન પદ્ધતિમાં નિદર્શોમાંના દરેક નિદર્શની પસંદ થવાની સંભાવના સમાન હોય છે અને તે $\frac{1}{N C_n}$ જેટલી થાય છે
In simple random sampling in collection of all possible samples each sample probability of selection and it is $\frac{1}{N C_n}$

- (iv) પદ્ધતિ નિદર્શન પદ્ધતિ માટે પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે $E(\overline{y}_{SYS}) = \bar{Y}$
In systematic sampling in usual notation prove that $E(\overline{y}_{SYS}) = \bar{Y}$

Q-2 ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. (14)
Attempt any two.

- (i) સરળ યદ્યચ્છ નિદર્શન પદ્ધતિ માટે પ્રમાણ P હોય તો પ્રચલિત સંકેતોમાં

$$V(P) = \frac{N-n}{N-1} \frac{PQ}{n} \text{ સાબિત કરો.}$$

For simple random population proportion is P, then in usual notation

$$\text{prove that } V(P) = \frac{N-n}{N-1} \frac{PQ}{n}$$

- (ii) જો $(X_i, Y_i) i = 1, 2, \dots, N$ એ X અને Y નાં જોડકાંઓ હોય અને ચલ $U_i = X_i + Y_i$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત થયો હોય અને \bar{x} અને \bar{y} એ નિદર્શનાં મધ્યકો હોય તો પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે $\text{cov}(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{N-n}{nN} S_{xy}^2$

If $(X_i, Y_i) i = 1, 2, \dots, N$ are pairs of X and Y. if the variable is defined as

$U_i = X_i + Y_i$ and \bar{x} and \bar{y} are sample means then in usual notation prove

$$\text{that } \text{cov}(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{N-n}{nN} S_{xy}^2$$

- (iii) પ્રચલિત સંકેતમાં $v(\bar{y})$, SRSWR અને SRSWOR માટે મેળવો. તથા તેની સરખામણી કરો.

In usual notation obtain $v(\bar{y})$ for SRSWR and SRSWOR and compare it..

Q-3 ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. (14)
Attempt any two.

- (i) સ્તરિત નિદર્શન પદ્ધતિમાં ખર્ચ $C = a + \sum C_i n_i$ ને અચળ રાખી $v(\overline{y}_{st})$ ને લઘુત્તમ બનાવો કે જેથી $n_i \propto \frac{N_i S_i}{\sqrt{C_i}}$ થાય.

In stratified sampling keep cost $C = a + \sum C_i n_i$ constant and minimize

$$v(\overline{y}_{st}) \text{ such that } n_i \propto \frac{N_i S_i}{\sqrt{C_i}}$$

- (ii) સ્તરિત નિદર્શન પદ્ધતિમાં સ્તરિત યદ્યચ્છ નિદર્શની પ્રમાણસર વહેંચણી માટે પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે

$$v(\bar{y})_{PROP} = (1-f) \sum_{i=1}^k w_i^2 S_i^2 \quad ; \quad f = \frac{n}{N}$$

In Stratified random sampling the distribution of stratified random sample using proportion in usual notation prove that

$$v(\bar{y})_{PROP} = (1-f) \sum_{i=1}^k w_i^2 s_i^2 \quad ; \quad f = \frac{n}{N}$$

(iii) પ્રચલિત સંકેતમાં સ્તરિત પદ્ધતિ નિદર્શન પદ્ધતિમાં નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ

$$v(\bar{y}_{st}) = \sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{N_i} \right) w_i^2 s_i^2 \text{ સાબિત કરો.}$$

In usual notation prove that for Stratified sampling the variance of sample

$$\text{mean is } v(\bar{y}_{st}) = \sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{N_i} \right) w_i^2 s_i^2$$

Q-4 ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

(14)

Attempt any two.

(i) પદિક નિદર્શન પદ્ધતિ માટે પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે

$$v(\bar{y})_{SYS} = \frac{N-1}{N} \frac{S^2}{n} [1 + (n-1)\rho]$$

જ્યારે $\rho < -\frac{1}{N-1}$, $\rho > -\frac{1}{N-1}$ $\rho = -\frac{1}{N-1}$ હોય ત્યારે પદિક નિદર્શ પદ્ધતિની દક્ષતા SRSWOR સાપેક્ષ મેળવો.

For systematic sampling inusual notation prove that

$$v(\bar{y})_{SYS} = \frac{N-1}{N} \frac{S^2}{n} [1 + (n-1)\rho]$$

When $\rho < -\frac{1}{N-1}$, $\rho > -\frac{1}{N-1}$ $\rho = -\frac{1}{N-1}$ Find efficiency of systematic sampling with respect to SRSWOR.

(ii) પદિક નિદર્શન પદ્ધતિ માટે પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે

$$v(\bar{y}_{SYS}) = \frac{N-1}{N} \frac{S^2}{n} - \frac{(n-1)k}{N} S^2_{WSY}$$

In usual notation for systematic sampling prove that

$$v(\bar{y}_{SYS}) = \frac{N-1}{N} \frac{S^2}{n} - \frac{(n-1)k}{N} S^2_{WSY}$$

(iii) પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે $V(\bar{y})_{Ney} \leq V(\bar{y})_{prop} \leq V(\bar{y})_{rar_i}$

In usual notation prove that $V(\bar{y})_{Ney} \leq V(\bar{y})_{prop} \leq V(\bar{y})_{rar_i}$